

---

## EXERCICES 8 A

---

1. Soit  $(s_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  la suite de terme général suivant :

$$s_n = \left(1 + \frac{8}{n}\right)^n.$$

- a) Calculer les premières valeurs de la suite.
- b) Montrer qu'il existe un  $n_0$  tel que la suite est croissante pour tout  $n \geq n_0$ . Trouver le  $n_0$  explicitement.

2. Soit les termes généraux de suites suivants :

$$a_n = (-2)^n, \quad b_n = \frac{6n+4}{7n-3}, \quad c_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n, \quad d_n = (-1)^n + \frac{1}{n}, \quad e_n = 5^{(-1)^n}, \quad f_n = n \cos(n\pi/4)$$

- a) Pour chaque suite donner un exemple de sous-suite monotone.
- b) Pour chaque suite déterminer l'ensemble des limites de ses sous-suites.
- c) Trouver la  $\limsup$  et la  $\liminf$  pour chaque suite.
- d) Lesquelles de ces suites sont bornées ?

3. Soit  $f(x) = \sqrt{4-x}$  pour  $x \leq 4$ . Soit  $g(x) = x^2$  pour  $x \in \mathbb{R}$ .

- a) Trouver les domaines des fonctions  $f+g$ ,  $fg$ ,  $f \circ g$  et  $g \circ f$ .
- b) Trouver les valeurs de  $f \circ g(0)$ ,  $g \circ f(0)$ ,  $f \circ g(1)$ ,  $g \circ f(1)$ ,  $f \circ g(2)$  et  $g \circ f(2)$ .
- c) Est-ce que les fonctions  $f \circ g$  et  $g \circ f$  sont les mêmes ?

4. Soit  $f(x) = 4$  pour  $x \geq 4$ ,  $f(x) = 0$  pour  $x < 0$ . Soit  $g(x) = x^2$  pour  $x \in \mathbb{R}$ .

- a) Déterminer les fonctions  $f+g$ ,  $fg$ ,  $f \circ g$  et  $g \circ f$ , et en particulier, spécifier leurs domaines.
- b) Lesquelles des fonctions  $f$ ,  $g$ ,  $f+g$ ,  $fg$ ,  $f \circ g$  et  $g \circ f$  sont continues ?